



ВИЩА МАТЕМАТИКА ЧАСТИНА 3. ЧИСЛОВІ ТА ФУНКЦІОНАЛЬНІ РЯДИ. Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>13 Механічна інженерія</i>
Спеціальність	<i>131 Прикладна механіка</i>
Освітня програма	<i>Інжиніринг зварювання, лазерних та споріднених технологій</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>заочна</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>6 кредитів ЄКТС (180 годин), з них лекції 6 годин, практичні заняття 2 години, самостійна робота 170 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен/ Модульна контрольна робота, Розрахункова робота</i>
Розклад занять	<i>Згідно з розкладом на сайті університету http://roz.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектори та викладачі практичних занять – викладачі кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь Лектор та практичні заняття – викладачі кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь https://mph.kpi.ua/osobovij-sklad.html</i>
Розміщення курсу	<i>Розміщено у кампусі, доводиться до відома студентів на першому занятті https://campus.kpi.ua/tutor/index.php?mode=mob&show&irid=255671 https://zv.kpi.ua/sylabus/bachelor</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна Вища математика. Частина 3. Числові та функціональні ряди є третьою заключною частиною обов'язкової компоненти «Вища математика», що входить до циклу професійної підготовки бакалаврів відповідної освітньо-професійної програми за спеціальністю «131 Прикладна механіка».

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здібностей до володіння основними поняттями та методами теорії числових та функціональних рядів, рядів Фур'є, функції комплексної змінної, операційного числення; використовувати теоретичний матеріал для розв'язання типових задач з даних тем; застосовувати отримані знання, уміння та навички для розв'язання прикладних задач математики, механіки, фізики та у своїй професійній діяльності; до самостійного використання та вивчення математичної літератури та інших інформаційних джерел.

Завдання навчальної дисципліни полягає у формуванні у студентів наступних здатностей:

згідно матриці відповідності програмних компетентностей

– загальні компетентності:

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

– фахові компетентності:

ФК1. Здатність до аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі результати навчання:

згідно матриці відповідності програмних результатів навчання в освітній програмі

– РН1) вибирати та застосовувати для розв'язання задач прикладної механіки придатні математичні методи;

– знання: основних понять та методів теорії числових та функціональних рядів, застосування їх до наближених обчислень, поняття функції комплексної змінної, операційного числення, розв'язування за допомогою перетворення Лапласа диференціальних та інтегральних рівнянь.

– уміння: досліджувати на збіжність числові ряди, знаходити область збіжності функціонального ряду, використовувати степеневі ряди для наближених обчислень, подання будь-якої функції у вигляді сукупності простих гармонічних функцій (ряди Фур'є), знаходити похідні функції комплексної змінної, обчислювати інтеграли від функції комплексної змінної, подавати функцію комплексної змінної у вигляді ряду Тейлора або Лорана, використовувати перетворення Лапласа для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь та систем таких рівнянь.

– досвід: навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками та науковою літературою, довідниками та іншою навчальною літературою; вміти застосовувати набуті знання з математики до розв'язування різноманітних задач.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Навчальна дисципліна «Вища математика. Частина 3. Ряди. Теорія функції комплексної змінної» викладається в третьому семестрі на базі попередніх двох частин «Вища математика. Частина 1. Аналітична геометрія та диференціальне числення» та «Вища математика. Частина 2. Інтегральне числення та диференціальні рівняння», які вивчалися в попередніх двох семестрах. Дана дисципліна забезпечує такі освітні компоненти, як «Теоретична механіка», «Механіка матеріалів і конструкцій», «Теорія механізмів і машин», «Механіка рідини і газу», «Фізика взаємодії концентрованих потоків енергії з речовиною».

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Числові і функціональні ряди. Збіжність рядів.

Тема 1.1. Означення ряду. Поняття збіжності (розбіжності) функціональних рядів. Залишок ряду. Теорема про залишок.

Тема 1.2. Геометричний ряд. Степеневий ряд і його збіжність. Теорема Абеля. Інтервал та радіус збіжності степеневих рядів. Властивості степеневих рядів.

Тема 1.3. Загальні властивості рядів. Необхідна умова збіжності рядів. Гармонічний ряд і його розбіжність.

Тема 1.4. Рівномірна збіжність рядів. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Ознака Вейерштрасса. Неперервність суми функціонального ряду. Почленне диференціювання та інтегрування функціональних рядів. Абсолютно і умовно збіжні ряди.

Тема 1.5. Числові ряди з невід'ємними членами. Достатні ознаки збіжності.

Тема 1.6. Ознака Лейбница збіжності знакопереміжних рядів. Арифметичні властивості абсолютно збіжних рядів. Функціональні властивості рівномірно збіжних рядів.

Розділ 2. Застосування рядів до наближених обчислень.

Тема 2.1. Ряди Тейлора і Маклорена. Розвинення елементарних функцій в ряд Маклорена.

Тема 2.2. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень, границі функції, обчислення визначених інтегралів та розв'язання задач Коші для диференціальних рівнянь.

Розділ 3. Ряди Фур'є.

Тема 3.1. Періодичні функції та їх властивості. Тригонометричний ряд і характер його збіжності

Тема 3.2. Поняття про тригонометричний ряд Фур'є. Формули для обчислення коефіцієнтів ряду Фур'є. Достатні умови подання функції через її ряд Фур'є.

Тема 3.3. Ряд Фур'є для парних та непарних функцій. Ряд Фур'є для $2l$ -періодичної функції.

Тема 3.4. Ряди Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0;l]$ або на відрізку $[a;b]$.

Розділ 4. Кратні та криволінійні інтеграли. Означення, властивості та методи обчислень,

застосування до задач фізики та механіки.

Розділ 5. Елементи теорії функцій комплексної змінної.

Тема 5.1. Комплексні числа та дії над ними. Означення комплексного числа, тригонометрична і показникова форма. Послідовність комплексних чисел та її границя. Числові ряди з комплексними членами.

Тема 5.2. Функції комплексної змінної. Означення, криві і області в комплексній площині, границя функції комплексної змінної, неперервні функції, функціональні та степеневі ряди, елементарні функції комплексної змінної.

Тема 5.3. Диференціювання функцій комплексної змінної: означення, умови диференційовності, аналітичні функції, диференціювання степеневого ряду, ряд Тейлора. Геометричний зміст похідної. Поняття про конформні відображення.

Тема 5.4. Інтегрування функцій комплексної змінної: означення інтеграла і його властивості, інтегрування функціональних рядів, основна теорема Коші та формула Коші. Розвинення аналітичної функції в степеневий ряд.

Тема 5.5. Ряд Лорана та ізольовані особливі точки аналітичних функцій: ряд і теорема Лорана, нулі функції, ізольовані особливі точки і їх кваліфікація.

Тема 5.6. Лишки: означення, теорема Коші про лишки, обчислення лишків та застосування лишків до обчислення дійсних визначених інтегралів.

Розділ 6. Операційне числення.

Тема 6.1. Означення перетворення Лапласа, зображення і оригінал. Перетворення Лапласа деяких елементарних функцій.

Тема 6.2. Основні властивості перетворення Лапласа. Зображення згортки двох функцій. Таблиця оригіналів та зображень.

Тема 6.3. Обернене перетворення Лапласа. Теореми розвинення. Формула Рімана – Мелліна. Знаходження оригінала за зображенням. Розклад зображення на суму елементарних дробів.

Тема 6.4. Застосування перетворення Лапласа: розв'язування диференціальних рівнянь, систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Овчинников Ф.П., Яремчук В.М. Вища математика. Ч. 2 – К.: Техніка, 2000. – 790 с.
2. Барковський В.В. Вища математика для економістів. Навчальний посібник /В.В. Барковський, Н.В. Барковська–Київ: Центр навчальної літератури, 2005 – 448с.
3. Кадильникова Т.М., Кагадій Л.П., Кочеткова І.Б., Сушко Л.Ф., Запорожченко О.Є. Вища математика в прикладах та задачах. Частина V: Навч. посібник.- Дніпропетровськ: НМетАУ, 2011.- 88 с
Електронні ресурси: https://nmetau.edu.ua/file/kaplmath_3926.pdf
4. Герасимчук В.С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Частина 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі : навчальний посібник для студентів вищих технічних закладів / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов – К.: Книги України, 2014. – Ч. 3. – 399 с. – ISBN 978-966-2331-04-2.
5. Дубовик В. П. Вища математика : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закладів / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – 4-те вид. – К. : Ігнатекс–Україна, 2013. – 648 с. – 500 пр. – ISBN 978- 966- 97049-3-1.
6. Мартиненко М.А. Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення./М.Ф. Мартиненко, Ш. Ш. Юрик – К. : Слово, 2007. –296с.
7. Журавська Г.В. Методичні вказівки та варіанти типово-розрахункових робіт з вищої математики. Ряди / Уклад.: Г.В. Журавська, І.М. Копась, Г.М. Кулик, Н.В.Рева, Н.В.Степаненко – К.: НТУУ«КПІ», 2013 - 52 с. - Електронні ресурси: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/27851>
8. Журавська Г.В. Завдання до розрахункової роботи: Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення / Уклад.: Г.В. Журавська, І.М., Копась, Н.В. Рева –К.: НТУУ «КПІ», 2015 – 29 с. - Електронні ресурси: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/43549>
9. Журавська, Г. В. Теорія функції комплексної змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для інженерних спеціальностей / Г. В. Журавська ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. –

Додаткова література

10. Довгай В.В. Функції комплексної змінної та операційне числення. Методичні вказівки для самостійної роботи студентів на пряму підготовки 6.050504. Зварювання./Уклад.: В.В.Довгай, А.Ф.Мельник, – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2013– 67с.
11. Довгай В.В. Числові та функціональні ряди. Методичні вказівки для самостійної роботи студентів на пряму підготовки 6.050504. Зварювання. / Уклад.:В.В.Довгай, А.Ф.Мельник, – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2012– 63с.
12. Рудик Т.О. Операційне числення . Теорія і практикум. Навчальний посібник /Т.О. Рудик, Н.П. Селезнєва, Н.М. Назаренко, – Київ: КПІ ім. І. Сікорського, 2023 – 55 с.
13. Селезнєва Н.П. Кривини поверхні та оптимізація функції двох змінних /Н.П. Селезнєва, Д.Ю. Петриняк// Матеріали VII Міжнар. Наук.-практ. Конф. «Математика в сучасному технічному університеті», Київ, 28-29 грудня 2018 р. – 122-128 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Методика вивчення даної дисципліни є традиційною: на лекціях подається теоретичний матеріал та наводяться приклади розв'язування основних тематичних задач. На практичних заняттях студенти опрацьовують теоретичний та практичний матеріал, розв'язуючи задачі, подібні до розглянутих на лекціях. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються домашні завдання та індивідуальні завдання розрахункової роботи. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою різноманітних контрольних заходів: тематичних контрольних робіт, експрес-контрольних, математичних диктантів, виконання та захисту розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання СРС)
1	Означення ряду. Числові і функціональні ряди. Збіжність рядів. Поняття збіжності (розбіжності) функціональних рядів. Залишок ряду. Теорема про залишок. Література [1 гл.3, §2,2.1.-2.3] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [2 §13.1.7]
2	Геометричний ряд. Степеневий ряд і його збіжність. Теорема Абеля. Інтервал та радіус збіжності степеневих рядів. Властивості степеневих рядів. Література [1 гл.3, §2,2.4] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [2 §13.1.7]
3	Загальні властивості рядів. Необхідна умова збіжності рядів. Гармонічний ряд і його розбіжність. Числові ряди з невід'ємними членами. Достатні ознаки збіжності. Абсолютно збіжні ряди. Ознака Лейбница збіжності знакопочергових рядів. Арифметичні властивості абсолютно збіжних рядів. Рівномірно збіжні ряди. Функціональні властивості рівномірно збіжних рядів. Література [1 гл.3, §2, 2.5-2.7, 2.10-2.17] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [2 §13.1.7]

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Ряд Фур'є для парних та непарних функцій. Ряд Фур'є для $2l$ – періодичної функції. Ряди Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0;l]$ або на відрізку $[a;b]$. Комплексна форма ряду Фур'є. Література [1, гл.3 §3, 3.7-3.8.]]

	Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [3, роз.4, 4.2-4.4]
2	Поняття комплексних чисел, їх геометричне зображення та форми запису. Дії над комплексними числами. Поняття функції комплексної змінної. Комплексна площа.

6. Самостійна робота студента

На самостійну роботу студента (СРС) відводиться 90 годин навчального часу.

До СРС відносяться: опрацювання лекцій, підготовка до аудиторних занять, виконання домашніх завдань (20 год.), підготовка до модульної контрольної роботи (10 год.), виконання завдань розрахункової роботи (15 год.), підготовка до екзамену (30 год.). На СРС також виноситься самостійне опрацювання теми 4 навчальної дисципліни – кратні та криволінійні інтеграли (10 год.) та застосування теорії лишків для знаходження оригіналу за даним зображенням (5 год.)

Самостійна робота

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
Розділ 4. Кратні та криволінійні інтеграли та із розділу 5 (2)		
1	Кратні та криволінійні інтеграли. Означення, властивості та методи обчислень, застосування до задач фізики та механіки.	5
2	Неперервність суми функціонального ряду. Почленне диференціювання та інтегрування функціональних рядів. Абсолютно і умовно збіжні ряди. Література [1 гл.3, §2, 2.8-2.9] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [2 §13.1.7]	5
3	Застосування рядів до наближених обчислень. Ряди Тейлора і Маклорена. Розвинення елементарних функцій в ряд Маклорена. Література [1 гл.3, §2, 2.26-2.28] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [2 §13.13.2.4]	5
4	Застосування степеневих рядів до наближених обчислень, границь функції, обчислення визначених інтегралів та розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь. Література [3 роз.3], Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [3 роз.3]	5
5	Ряди Фур'є. Періодичні функції та їх властивості. Тригонометричний ряд і характер його збіжності. Поняття про тригонометричний ряд Фур'є. Формули для обчислення коефіцієнтів ряду Фур'є. Достатні умови подання функції через її ряд Фур'є. Література [1, гл.3 §3, 3.6-3.7.] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [3, роз.4, 4.2-4.4]	5
6	Ряд Фур'є для парних та непарних функцій. Ряд Фур'є для $2l$ – періодичної функції. Ряди Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0;l]$ або на відрізку $[a;b]$. Комплексна форма ряду Фур'є. Література [1, гл.3 §3, 3.7-3.8.]] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [3, роз.4, 4.2-4.4]	5
7	Комплексні числа. Геометричне зображення, форми запису та дії над комплексними числами. Поняття функції комплексної змінної. Границя та неперервність функції комплексної змінної. Основні елементарні функції комплексного змінного. Означення, властивості. Література [6, лек.1, 1.11.2, лек 2, 21-2.3] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [6, 1.4,2.8]	5

8	Диференціювання функції комплексної змінної. Умови Коші – Рімана. Аналітичність функції комплексної змінної. Спряжені гармонічні функції. Геометричний зміст аргументу та модуля похідної функції комплексної змінної. Поняття про конформні відображення. Література [6, лек.3, 3.1-3.5] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [6, 3.6]	5
9	Інтегрування функції комплексної змінної. Означення, властивості та правила обчислення. Формула Ньютона-Лейбніца. Інтеграл Коші. Інтегральна формула Коші. Література [6, лек.4, 4.1-4.5] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [6, 4.6]	5
10	Степеневі ряди в комплексній області. Ряди Тейлора та Лорана. Література [6, лек.2, 2.6, лек.5, 5.1] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [6, 2.8, 5.5]	5
11	Лишки функції та їх застосування для обчислення інтегралів. Література [6, 6.1-6.5] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [6, 6.6]	5
12	Перетворення Лапласа. Поняття оригіналу та зображення, властивості зображень деяких елементарних функцій. Література [6, 7.1, 7.2] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [6, 7.3]	5
13	Теореми подібності, запізнення, зміщення, зображення періодичної функції, диференціювання і інтегрування оригіналів і зображень. Знаходження оригіналів дробово-раціональних функцій. Література [6, 8.1, 8.2] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [6, 8.1,]	5
14	Застосування операційного числення для розв'язання лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та для розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Література [6, 9.1, 9.2] Завдання на СРС: дати відповіді на контрольні запитання [6, 9.4]	5
15	МКР та РГР	20

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн з використанням засобів відео зв'язку Zoom із обов'язковим відеозаписом за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять онлайн повинно бути передбачене відповідним наказом по КПП ім. Ігоря Сікорського.

Система вимог, які викладач ставить перед студентом та рейтингова система оцінювання результатів навчання оголошуються студентам на першому занятті.

Відвідування занять

Відсутність на лекціях та на практичних заняттях не карається штрафними балами, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються уміння й навички, необхідні для виконання практичних завдань, семестрової індивідуальної роботи та успішного написання МКР.

Правила призначення заохочувальних та штрафних балів

Штрафні та заохочувальні бали не нараховуються.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і педагогічних працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль: екзамен.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання

1. Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів, з них 60 балів складає стартова шкала. Стартовий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, що студент отримує за:

- виконання модульної контрольної роботи в трьох частинах.
- виконання розрахункової роботи

Підрахунок максимальної кількості балів за контрольні заходи, які формують стартовий рейтинг, наведений у таблиці:

Складові стартового рейтингу R_c	Ваговий бал	Сума балів
МКР. Ч.1	12	12
МКР. Ч.2	12	12
МКР. Ч.3	12	12
РГР	12	24
РАЗОМ:		60

2. Критерії нарахування балів:

2.1 Робота на практичних заняттях може включати усне опитування для перевірки знань теоретичного матеріалу; розв'язування задач біля дошки або на віртуальній дошці при онлайн навчанні.

Критерії оцінювання роботи на практичних заняттях:

- 5 балів при точній відповіді на поставлене запитання, правильному записі формул, вмінні застосувати необхідні методи, формули для розв'язання практичної задачі;
- 3 бали при нечіткому формулюванні основних теоретичних положень, формул або розв'язанні задачі з допомогою викладача;
- 0 балів при незнанні формул, теорем та нездатності застосувати їх до розв'язання поставлених задач;

Модульна контрольна робота (МКР):

Згідно з навчальним планом в третьому семестрі заплановано проведення модульної контрольної роботи, яка розбивається на три тематичні частини тривалістю: по 2 акад. години: ваговий бал кожної контрольної роботи – 12. Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи, робота з тем винесених на самостійне опрацювання, домашні завдання дорівнює:

Види робіт	Max балів
Модульна контрольна робота. Частина 1.	
Тема: “Ряди”, 2 год.	12
Модульна контрольна робота. Частина 2.	
Тема: “Теорія функції комплексної змінної”, 2 год.	12
Модульна контрольна робота. Частина 3.	
Тема: “Операційне числення”, 2 год.	12

Система оцінювання контрольної роботи:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) — 10-12 балів.

- «добре», майже повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями — 8, 9 балів.
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки — 7 балів.
- «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідає вимогам попереднього пункту) — 0-6 балів.

Студентам висилаються завдання до модульної контрольної роботи, і вони через відведений для написання модульної контрольної роботи час, повинні надіслати написані розв'язання задач. Якщо розв'язана модульна контрольна робота від студента не надіслана вчасно, вважається що цей студент був відсутній на занятті, коли виконували модульну контрольну роботу, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів (у разі відсутності поважної причини).

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається, але допускається робота над помилками, якщо робота написана менше ніж на 50% від максимального балу.

2.3. Виконання розрахункової роботи.

Максимальна кількість балів за виконану розрахункову роботу – 24 бали.

- виконані всі завдання з урахуванням вимог до роботи, можливі незначні недоліки при оформленні результату 20-24 бали;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки — 17-19 балів;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки — 12-17 балів;
- завдання не виконано або допущено грубі помилки, роботу не зараховано — 0 балів.

Студент має вчасно здавати завдання розрахункової роботи на перевірку, термін здачі частин розрахункової роботи визначається викладачем. Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше трьох тижнів до початку сесії. У разі порушення цього терміну студент вважається не допущеним до екзамену в основну сесію. У подальшому студент для отримання допуску до екзамену додаткової сесії може здати та захистити свою розрахункову роботу тільки на мінімальну позитивну оцінку, що складає 60 відсотків від максимально можливої кількості балів за розрахункову роботу.

У випадку дистанційного навчання виконання розрахункової роботи перевіряється за висланими фотографіями написаної роботи на електронну пошту викладача (або іншу платформу, в залежності від домовленості з викладачем).

3. Умовою позитивного календарного контролю є отримання як мінімум 50-ти відсотків від максимально можливої кількості балів на момент контролю.

4. Умовою допуску до екзамену є зарахування розрахункової роботи та стартовий рейтинг не менше 36 балів.

5. На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу та усно відповідають викладачу. Кожне завдання містить два теоретичних питання і три практичних, які оцінюються у 8 балів за наступними критеріями.

5 завдань × 8 б. = 40 б.

Система оцінювання теоретичних питань:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 8 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або незначні неточності — 6-7 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та деякі помилки — 6 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь — 0-4 балів.

Система оцінювання практичних питань:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування завдання — 8 балів;
- «добре», повне розв'язування завдання з несуттєвими неточностями — 6-7 балів;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками — 5 балів;
- «незадовільно», завдання не виконано — 0-4 балів.

Під час екзамену, забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

6. Сума стартових балів та балів за екзаменаційну контрольну роботу переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

Стартовий рейтинг	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу, або стартовий рейтинг менше 36 балів	Не допущено

У випадку дистанційного навчання за рішенням адміністрації університету передбачена можливість виставлення екзаменаційної оцінки «автоматом» (за згодою студента) шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D},$$

де $R_C = 60$ балів - максимальна сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру,
 R_I - сума балів, набрана студентом протягом семестру (індивідуальний рейтинг студента),
 $R_D = 36$ балів - допусковий бал до екзамену.

У разі незгоди студента з оцінкою «автоматом», студент складає екзамен у режимі відео зв'язку згідно з розкладом екзаменаційної сесії.

Якщо індивідуальний рейтинг студента $R_I < 36$ балів і він вважається не допущеним до екзамену основної сесії, то, у випадку зарахованої розрахункової роботи, студенту надається можливість отримання допуску до екзамену додаткової сесії, шляхом проведення додаткових контрольних заходів.

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Орієнтовний перелік питань для підготовки до екзамену

Ряди

1. Означення ряду. Числові і функціональні ряди. Збіжність рядів. Поняття збіжності (розбіжності) функціональних рядів.
2. Залишок ряду. Теорема про залишок. Геометричний ряд.
3. Степеневі ряди: теорема Абеля, інтервал та радіус збіжності степеневих рядів. Властивості степеневих рядів.
4. Загальні властивості рядів. Необхідна умова збіжності рядів. Гармонічний ряд і його розбіжність.
5. Рівномірна збіжність рядів. Ознака Вейерштрасса. Неперервність суми функціонального ряду.
6. Почленне диференціювання та інтегрування функціональних рядів.
7. Абсолютно і умовно збіжні ряди та їх властивості.
8. Числові ряди з додатними членами. Ознаки порівняння, наслідок. Ознаки Даламбера, радикальна ознака Коші збіжності числових рядів.
9. Інтегральна ознака збіжності додатного числового ряду. Збіжність узагальненого гармонічного ряду.
10. Знакопереміжні числові ряди. Теорема Лейбніца, наслідок.
11. Ряд Тейлора. Розвинення функції в степеневий ряд. Єдиність розкладу. Необхідна та достатня умови розкладу функції в ряд Тейлора.
12. Ряди Маклорена для основних елементарних функцій $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x)$.

13. Ряди Маклорена для $(1+x)^\alpha$, $\arcsin x$, $\arctg x$.

14. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень значень функції, визначених інтегралів та наближених розв'язків диференціальних рівнянь (метод послідовного диференціювання).

15. Тригонометричний ряд Фур'є для 2π та $2l$ -періодичних функцій.

16. Частинні випадки: парні та непарні функції (Теорема Дирихле). Ряд Фур'є для неперіодичних функцій та функцій заданих на проміжку $[0;\pi]$ та $[0;l]$.

17. Ряд Фур'є для неперіодичних функцій та функцій заданих на проміжку $[0;\pi]$ та $[0;l]$.

Теорія функцій комплексної змінної

18. Поняття комплексних чисел, їх геометричне зображення та форми запису. Дії над комплексними числами. Поняття функції комплексної змінної. Комплексна площа.

19. Криві і області в комплексній площині, границя функції комплексної змінної, неперервні функції.

20. Функціональні та степеневі ряди, елементарні функції комплексної змінної.

21. Основні елементарні функції комплексного змінного. Означення, властивості.

22. Диференціювання функцій комплексної змінної: означення, умови диференційовності: умови Коші – Рімана. Геометричний зміст похідної.

23. Відновлення аналітичної функції по її дійсній або уявній частині, аналітичні функції.

24. Диференціювання степеневих рядів, ряд Тейлора.

25. Інтегрування функцій комплексної змінної. Означення, властивості та правила обчислення. Формула Ньютона-Лейбніца. Інтеграл Коші. Інтегральна формула Коші.

26. Розвинення аналітичної функції в степеневий ряд.

27. Ряд Лорана та ізольовані особливі точки аналітичних функцій: ряд і теорема Лорана, нулі функції, ізольовані особливі точки та їх класифікація.

28. Застосування лишків функції для обчислення інтегралів.

Операційне числення

29. Зображення і оригінал. Поняття функції оригіналу та основні поняття про перетворення Лапласа.

30. Властивості перетворення Лапласа. Лінійність та подібність.

31. Зображення деяких елементарних функцій.

32. Теореми подібності, запізнення, зміщення.

33. Зображення періодичної функції

34. Диференціювання і інтегрування оригіналів і зображень.

35. Знаходження оригіналів дробово-раціональних функцій.

36. Застосування теорії лишків для знаходження оригіналу за даним зображенням.

37. Застосування операційного числення для розв'язання лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

39. Застосування операційного числення для розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Приклади завдання на МКР.Ч.1

Завдання 1. Довести збіжність ряду і знайти його суму.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$$

Завдання 2. Дослідити на збіжність вказані ряди з додатними членами.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin^2 \frac{\pi}{2n+1}}{2n+1}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{2n+3}{2n+5} \right)^{n^2}.$$

Завдання 3. Дослідити на збіжність і абсолютну збіжність знакочерговий ряд.

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(n-1)^2 2^n}{n!}$$

Завдання 4. Знайти область збіжності ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \left(\frac{x+1}{1-x} \right)^n$$

Завдання 5. Розвинути функцію $f(x)$ в ряд Тейлора в околі вказаної точки. Знайти область збіжності отриманого ряду.

$$f(x) = \ln(5x+3), \quad x_0 = 1.$$

Завдання 6. Наближено обчислити задану величину з точністю α , використовуючи розвинення в степеневий ряд.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{e}}, \quad \alpha = 0,001; \quad \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx, \quad \alpha = 0,001.$$

Завдання 7. Знайти розв'язки диференціального рівняння, розвинувши його в степеневий ряд (написати п'ять перших, відмінних від нуля, членів цього розкладу).

$$y' = x^2 + y, \quad y(0) = 1.$$

Завдання 8. Методом послідовного диференціювання знайти перші k членів розвинення в степеневий ряд розв'язку диференціального рівняння при вказаних початкових умовах.

$$y' = 2x^2 + 3y^3, \quad y(1) = 1, \quad k = 3.$$

Завдання 9. Розвинути функцію в ряд Фур'є на вказаному проміжку.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \in (0,1) \\ 0, & x \in (-1,0) \end{cases}$$

Приклад завдання на МКР.Ч.2

1. Знайти дійсну і уявну частини комплексного числа w , якщо

$$w = \frac{iz - (1+3i)}{(2-i)z + 8i}, \quad z = 2-i$$

2. Знайти аналітичну функцію $w=f(z)$ за відомою дійсною частиною $u(x,y)$ чи уявною частиною $v(x,y)$ і додатковою умовою.

$$v = 2e^x \cos y; \quad f(0) = 2(i+1)$$

3. Обчислити інтеграл:

$$\int_{AB} \operatorname{Re}(\bar{z}^2) dz,$$

де АВ-дуга параболи $y = x^2$ від точки $z_A = 0$ до точки $z_B = 1+i$.

4. Знайти лишок

$$\operatorname{Res}_{z=i} z^2 \exp \frac{4}{(z-i)^3}.$$

5. Знайти всі лоранівські розвиення даної функції за степенями $(z - z_0)$

$$z \cos \frac{2z}{z-1} \quad z_0 = 1.$$

6. Для функції

$$\frac{(e^z - 1)}{\sin \pi z}$$

знайти ізольовані особливі точки та визначити їх тип.

7. За допомогою лишків обчислити інтеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

8. Обчислити інтеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{3 - 2\sqrt{2} \sin t} dt$$

9. За допомогою інтегральної формули Коші обчислити інтеграл:

$$\oint_L \frac{dz}{(z^2 - 1)(z^2 + 4z - 5)}; L: |z - 5| = 5.$$

Приклад завдання на МКР.Ч.3

1. Знайти зображення функції

$$te^{-t} \sinh t.$$

2. Знайти оригінал по заданому зображенню

$$\frac{p^2 e^{-2p}}{p^3 + 1}.$$

3. Методом операційного числення знайти частинний розв'язок диференціального рівняння.

$$x''' - 3x'' + 3x' + x = te^t, \quad x(0) = x'(0) = 0, \quad x''(0) = 1$$

4. Розв'язати операційним методом систему диференціальних рівнянь.

$$\begin{cases} x' + x = y - 4e^{-4t}, \\ x - 4e^{-4t} - y - y' = 0, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 1.$$

Завдання РГР. Завдання представлено в посібниках [10,11,12]. Також, крім завдань подібних до МКР, містять завдання на подвійні та криволінійні інтеграли.

1. Знайти площу плоскої фігури, заданої наступними умовами за допомогою подвійного інтегралу.

$$x^2 + y^2 - 4y = 0, \quad y \geq x + 1$$

2. Обчислити криволінійний інтеграл 1-го роду

$$\int_L y^2 dl, \text{ де } L - \text{перша арка циклоїди } x = t - \sin t, y = 1 - \cos t.$$

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

доцент, канд. фіз.-мат. наук, Селезньова Надія Петрівна

Ухвалено:

кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь (протокол № 11 від 22.06.2023 р.)

Погоджено:

Методичною комісією НН ІМЗ ім. Є.О. Патона (протокол № 12/23 від 28.06.2023 р.)